

Fyzikální praktikum FJFI ČVUT v Praze
Základní experimenty akustiky

Číslo úlohy: 9
Jméno: **Vojtěch HORNÝ**
Spolupracoval: Jaroslav Zeman
Datum měření: 19. 10. 2009
Číslo kroužku: pondělí 13:30
Číslo skupiny: 6
Klasifikace:

Zadání

1. **Domácí úkol:** Spočítejte, jakou vlastní a vyšší harmonické frekvence má struna napjatá zátěží 5 kg o délce 1 metr, víte-li, že její lineární hustota je $\rho_l = 0,061 \text{kgm}^{-1}$.
2. Do vzorce z předchozího úkolu dosaďte délku struny v praktiku a spočítejte totéž. Ověřte experimentálně. Z naměřených vyšších harmonických frekvencí dopočítejte lineární hustotu (použijte metodu nejmenších čtverců) a porovnejte s uvedenou konstantou.
3. Za pomoci osciloskopu najděte základní a vyšší harmonické frekvence a příslušné vlnové délky stojatých zvukových vln v uzavřené Kundtově trubici (délku trubice si zvolte libovolnou, avšak dostatečně velkou). Ze známé délky trubice dopočítejte rychlost zvuku.
4. Pro cca deset různých frekvencí v rozsahu 2 až 6 kHz hledejte interferenční minima prodlužováním a zkracováním Quinckovy trubice. Vyneste do grafu závislost vlnové délky zvuku (prodloužení trubice) na rezonanční frekvenci. Z naměřených údajů dopočítejte rychlost zvuku.
5. Najděte vlastní frekvence Helmholtzova dutinového rezonátoru. Vyneste závislost vlastní frekvence na objemu rezonátoru (změnu objemu rezonátorů provádějte vléváním vody). Pro hledání vlastní frekvence využijte fourierovské frekvenční analýzy. Provádějte pro větší z rezonátorů.
6. Proveďte fourierovskou analýzu základních signálů (sin, pila, obdélník).
7. Pomocí desetikanálového generátoru vyšších harmonických frekvencí syntetizujte základní signály – obdélník, pilu, jednostrannou pilu. Výsledný signál zaznamenejte pomocí fourierovského analyzátoru.

Základní pojmy a vztahy

Akustika je obor zabývající se fyzikálními ději a biologickými procesy, které jsou spojeny se vznikem zvukového vlnění, jeho šířením a vnímáním zvuku sluchem. Fyzikální akustika studuje způsob vzniku a šíření zvuku.

Šíření obecné vlny v prostředí lze popsat tzv. vlnovou rovnicí ve tvaru $\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \Delta \psi$. Tzv. harmonickou postupnou vlnu je možno popsat vztahem $\psi(t, x) = A \cos(\omega t - kx)$, kde x je vzdálenost od zdroje.

Stojatá vlna je superpozice více protichůdných vln. Každý bod kmitá s konstantní amplitudou, na struně vznikají kmitny a uzly.

Fourierova analýza využívá poznatku, že každý periodický signál je možno rozložit na součet spočetně mnoha harmonických funkcí. Výraz

$$\psi(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(n\omega t) + b_n \cos(n\omega t)$$

umožňuje navrhovat reproduktory, různé mixážní pulty a jiná elektronická zařízení. Podle tohoto vztahu lze syntetizovat libovolně složitou vlnu.

Helmholtzův dutinový rezonátor ukazuje rezonanci mechanického zvukového vlnění plynů ve vzduchu. Vlastní frekvence rezonátoru je úměrná převrácené hodnotě odmocniny z objemu dutiny:

$$f = a \cdot \frac{1}{\sqrt{V}} \quad a = \frac{v}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi r^2}{l + 0,5 \cdot \pi r^2}}, \quad (2)$$

kde v je rychlost zvuku ve vzduchu, l délka hrdla baňky, r poloměr hrdla baňky a V je objem dutiny.

Pomůcky

Generátor kmitů, dvoukanálový univerzální generátor, kovová struna, závaží 5kg, Kundtova trubice, Quinckova trubice, Helmholtzův rezonátor, teploměr, vodiče, osciloskop, desetikanálový fourierovský syntetizátor, fourierovský analyzátor s rozhraním PHYWE, měřící pásmo, systém COBRA, laboratorní kádinky a odměrné válce.

Postup měření

1. **Domácí úkol:** Fázovou rychlost šíření vln můžeme zapsat dvojnásobem:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}} = \lambda \nu, \quad (1)$$

kde T značí sílu napětí struny, λ vlnovou délku vlny, ρ je délková hustota struny a ν představuje frekvenci vlnění. Vlnová délka při první vlastní frekvenci je $2l$, l představuje délku struny. Vyjádříme si frekvenci jako $\nu = \frac{k}{2l} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$, kde k je přirozené číslo. Pro strunu délky 1m a délkové hustoty $0,0162 \text{kgm}^{-1}$ jsou postupně základní a vyšší harmonické frekvence 27,5Hz, 55,0Hz, 82,5Hz, 110,5Hz, 137,6Hz,...

2. Délku zatížené struny jsme změřili měřícím pásmem, naměřili jsme $(1,318 \pm 0,002) \text{m}$. Poté jsme připojili elektrický generátor kmitů k mechanickému generátoru a tím jsme rozkmitávali strunu. Měnili jsme budící frekvenci a tak jsme hledali základní a vyšší harmonické frekvence struny.
3. Při měření stojatých vln v Kundtově trubici jsme nejprve nastavili aktivní délku trubice na 80 cm. Mikrofonem jsme hledali v trubici kmitny a uzly a hledali základní a vyšší harmonické frekvence. Z naměřených hodnot frekvencí jsme určili rychlost zvuku ve vzduchu. Porovnali jsme ji tabulkovou hodnotou při teplotě v místnosti, která byla v době měření 25°C , čemuž odpovídá rychlost zvuku $346,1 \text{ms}^{-1}$.
4. Při měření stojatých vln v Quinckově trubici jsme měněním aktivní délky trubice hledali vzdálenost mezi dvěma po sobě jdoucími interferenčními minimy. Opět jsme připojili

elektrický generátor kmitů k vysílači v trubici a osciloskopem jsme zobrazovali průběh vlny. Zjistili jsme, že nejpřesnější výsledky získáme při nižších frekvencích. Měřili jsme tedy s frekvencemi 2000 – 4000Hz.

- Helmholtzův rezonátor pro tento účel představuje skleněná laboratorní baňka. Rozkmitání vzduchového sloupce obstaral zvukový šum v laboratoři. Přes bateriový zesilovač jsme připojili mikrofon k rozhraní COBRA. Data jsme sbírali programem PHYWE.
- Provedli jsme Fourierovu analýzu základních kmitů (sinus, obdélník, pila). Rozhodl jsem se postupné výpočty do protokolu nezapisovat. Sinusová vlna je triviální případ. Obdélníkovou vlnu můžeme rozložit do funkční řady $f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1}$, pilovou do řady $f(x) = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)x}{(2n-1)^2}$.
- Desetikanálovým generátoru jsme syntetizovali základní signály (obdélník, pila a jednostranná pila). Analyzátozem jsme je zaznamenávali. Nastavení generátoru jsme zaznamenali do tabulky.

Experimentální data a výsledky měření

V tabulce č. 1 jsou uvedena data zjištěná při měření stojatých vln na struně. Vlastní frekvenci jsme vypočítali podle vztahu $\rho = \frac{k^2 mg}{2l^2 v^2}$. Dosazovali jsme strunu délky (1,318±0,002)m a závaží hmotnosti 5kg.

k	v_v [Hz]	v [Hz]	ρ [kgm ⁻¹]
1	20,87	20,8	0,0163
2	41,74	42,0	0,0160
3	62,62	63,7	0,0157
4	83,49	84,4	0,0159
5	104,33	103,6	0,0164
			0,0161

Tab. 1 – Stojaté vlny na struně

k – počet kmiten
 v_v – vypočítaná základní či vyšší harmonická frekvence
 v – naměřená základní či vyšší harmonická frekvence
 ρ – lineární hustota struny

$$\rho_0 = (0,01606 \mp 0,00016) \text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$$

V tabulce č. 2 se naleznete data z měření stojatých zvukových vln v Kundtově trubici. Nastavili jsme délku trubice na 80cm a posuvným mikrofonem jsme hledali kmitny a uzly. Z nalezených

n	v [Hz]	v [m/s]	λ [m]
1	290,0	464,0	
2	460,0	368,0	0,77
3	661,7	352,9	0,53
4	860,0	344,0	0,41
5	1080,0	345,6	0,33
		352,4	

Tab. 2 – Měření rychlosti zvuku pomocí vlastních frekvencí Kundtovy trubice

hodnot vlastních frekvencí jsme podle vztahu $v = \frac{2}{n}Lv$ určili rychlost zvuku ve vzduchu. První měření se výrazně liší od ostatních, považuji jej proto za hrubou chybu a z výpočtů jej vylučuji.

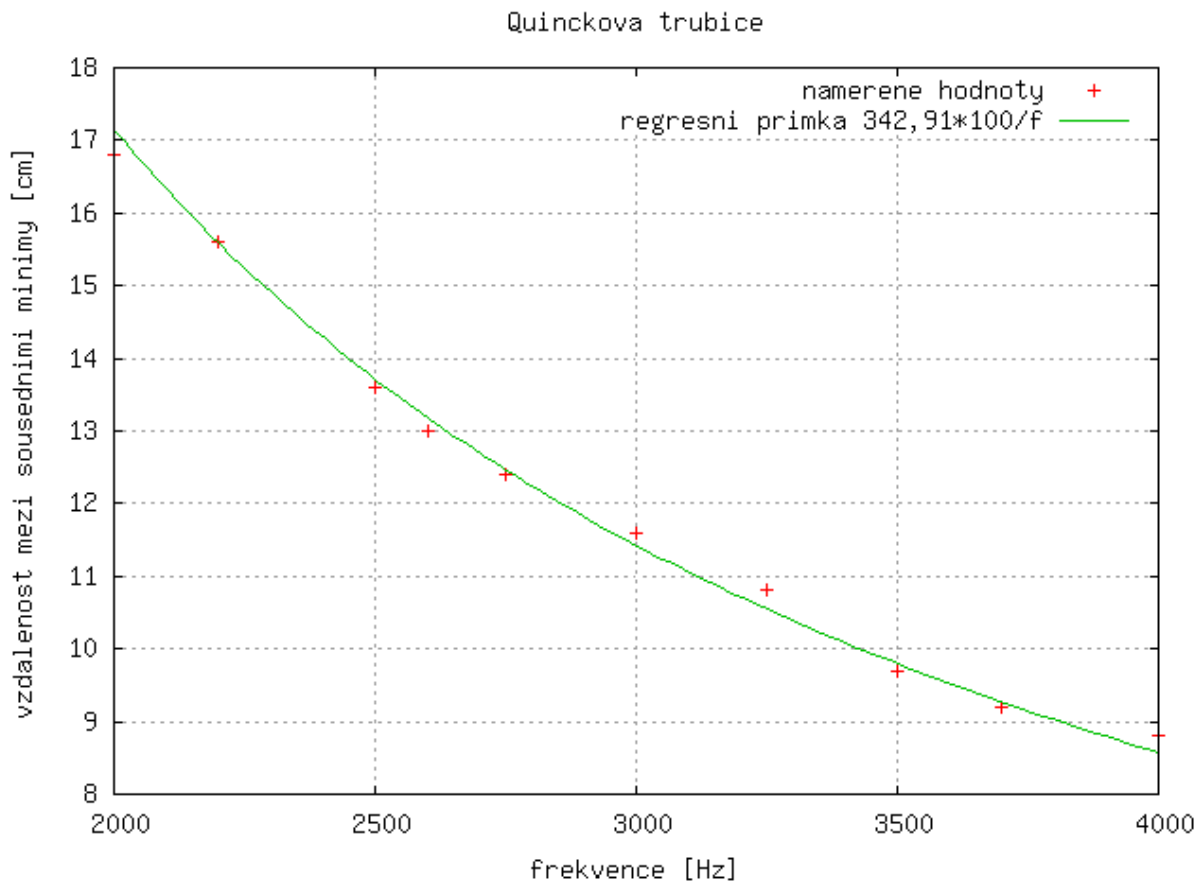
n – počet kmiten
 v – naměřená základní či vyšší harmonická frekvence
 v – rychlost zvuku ve vzduchu
 λ – příslušná vlnová délka

$$v = (352 \mp 6) \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Tabulková hodnota rychlosti zvuku ve vzduchu je $346,1\text{ms}^{-1}$, naměřená hodnota tabulkovou hodnotu těsně připouští. Touto metodou jsme změřili rychlost zvuku lépe, než sonarem v předchozí hodině. Tehdy jsme stanovili rychlost zvuku na $(323 \pm 5)\text{ms}^{-1}$.

Při práci s Quinckovou trubicí jsme měřili vzdálenosti sousedních interferenčních minim, resp. maxim a následně jsme opět dopočítávali rychlost zvuku ve vzduchu. Měření zpočátku neprobíhalo dobře, hlavně kvůli chybě v návodu. Měření mělo probíhat při stisknutí velkého bílého tlačítka na přední straně zesilovače. Obrazovka oscilátoru ale neukazovala žádnou výchylku. Po poradě s kolegy, kteří tuto úlohu měřili minulý týden, jsme zjistili, že se má měřit, když tlačítko stisknuté není. Stálo nás to hodně času, který bohužel v závěru chyběl.

V tabulce č. 3 jsou zapsány hodnoty frekvencí a příslušných vzdáleností interferenčních minim. Z těchto dvou hodnot je vypočítána rychlost zvuku ve vzduchu. Ta vyšla velmi přesně podle vzhledem k očekávané tabulkové hodnotě a její střední kvadratická odchylka byla minimální. V grafu č. 1. je zobrazena závislost poloviny vlnové délky, což je vzdálenost mezi dvěma sousedními interferenčními minimy na frekvenci.



Graf. 1 – Quinckova trubice – závislosti mezi sousedními minimy na frekvenci

n	v [Hz]	d [m]	v[m/s]
1	3700	0,0920	340,4
2	4000	0,0880	352,0
3	2000	0,1680	336,0
4	2200	0,1560	343,2
5	2500	0,1360	340,0
6	2750	0,1240	341,0
7	2600	0,1300	338,0
8	3000	0,1160	348,0
9	3250	0,1080	351,0
10	3500	0,0970	339,5
			342,91

n – číslo měření

v – frekvence vlnění

d – vzdálenost mezi sousedními interferenčními minimy, resp. maximy

v – rychlost zvuku ve vzduchu

$$v = (343 \mp 2) \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Tab. 3 – Měření rychlosti zvuku v Quinckově trubici

Následuje tabulka č. 4 a výsledky z určování vlastní frekvence Helmholtzova rezonátoru v závislosti na objemu. Pracovali jsme s kádinkou o objemu $1,023 \cdot 10^{-3} \text{m}^3$, šířkou hrdla 0,023m a výškou hrdla 0,085m. Hodnota a ze vztahu (2) je tedy $7640 \text{m}^{3/2}\text{s}^{-1}$. Postupně jsme do kádinky dolévali vodu odměrným válcem a pomocí fourierovské frekvenční analýzy jsme měřili vlastní frekvenci rezonátoru. Naměřené hodnoty frekvence se bohužel od vypočítaných hodnot výrazně liší. Potvrdili jsme sice závislost $f \sim V^{-1/2}$, ale konstanta úměrnosti nám vyšla velice rozdílně: $a = (5666 \pm 12) \text{m}^{3/2}\text{s}^{-1}$. Naměřená data a obě křivky naleznete k porovnání v grafu č. 2. Body značí naměřená data, modrá křivka představuje teoretickou vypočítanou závislost, zelená křivka využívá námi stanovenou hodnotu parametru a .

Z grafu je vidět, že rozdíl mezi teoreticky očekávanými hodnotami a skutečně naměřenými je výrazný. Naše měření mohlo být zatíženo systematickou chybou. O této chybě mohu pouze spekulovat, mohlo se jednat o nesprávné nastavení programu PHYWE či jiné součásti měřicí aparatury, nedokonalost nádoby či vnější rušivé vlivy. Jiná chyba mohla vniknout při dolévání vody do kádinky, nikdy se totiž nepovede dolít přesný objem. Při opakovaném dolévání se chyba zvyšuje.

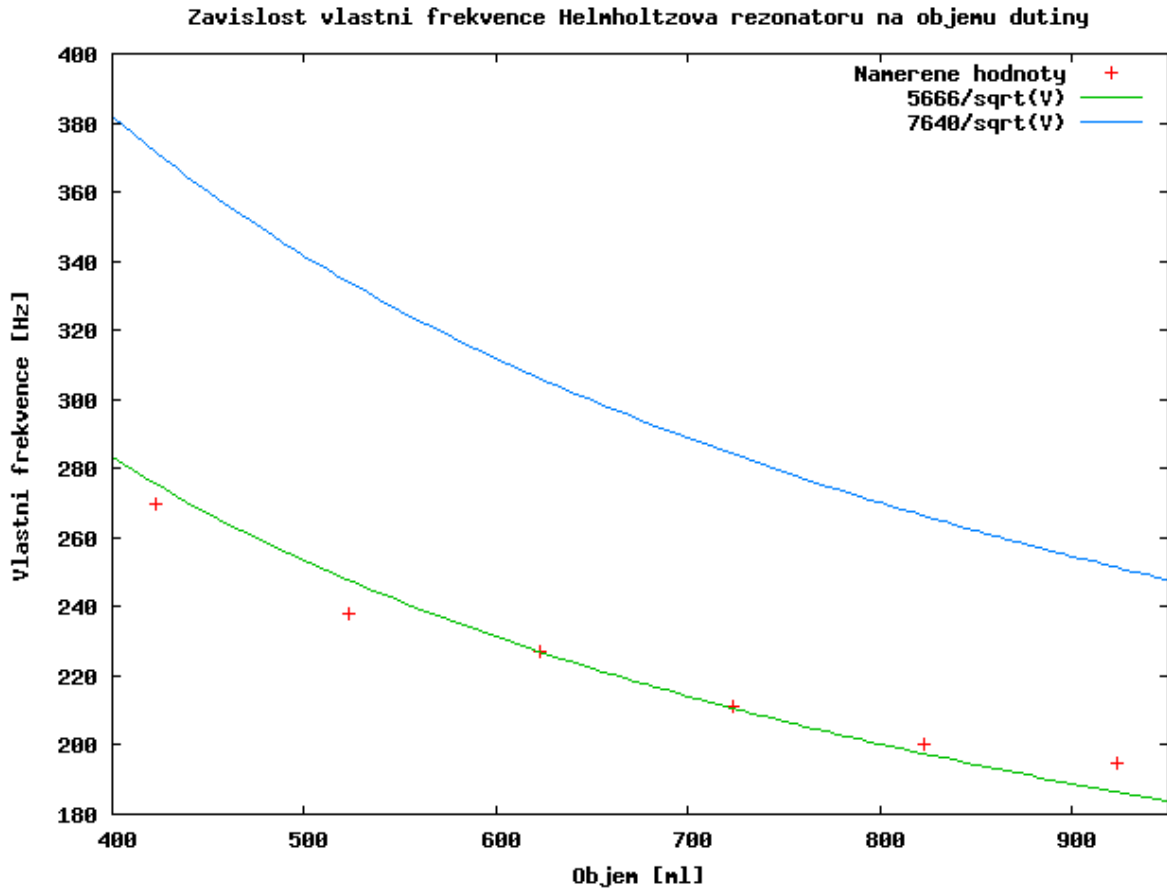
číslo měření	V [ml]	f [Hz]	f_v [Hz]	$ f_v - f $ [Hz]
1	923	195	251	56
2	823	200	266	66
3	723	211	284	73
4	623	227	306	79
5	523	238	334	96
6	423	270	372	102

V – objem dutiny

f – naměřená vlastní frekvence rezonátoru

f_v – vypočtená vlastní frekvence rezonátoru

Tab. 4 – Závislost vlastní frekvence Helmholtzova dutinového rezonátoru na objemu dutiny

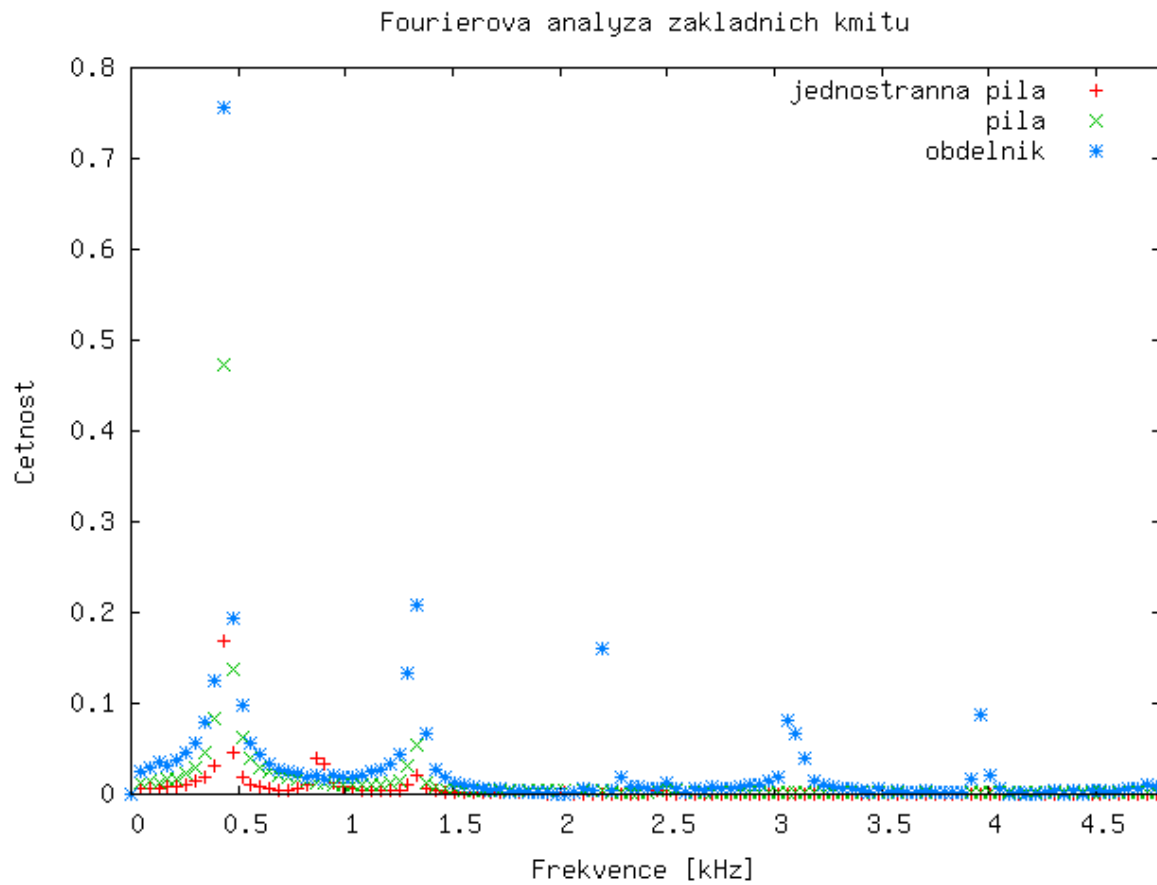
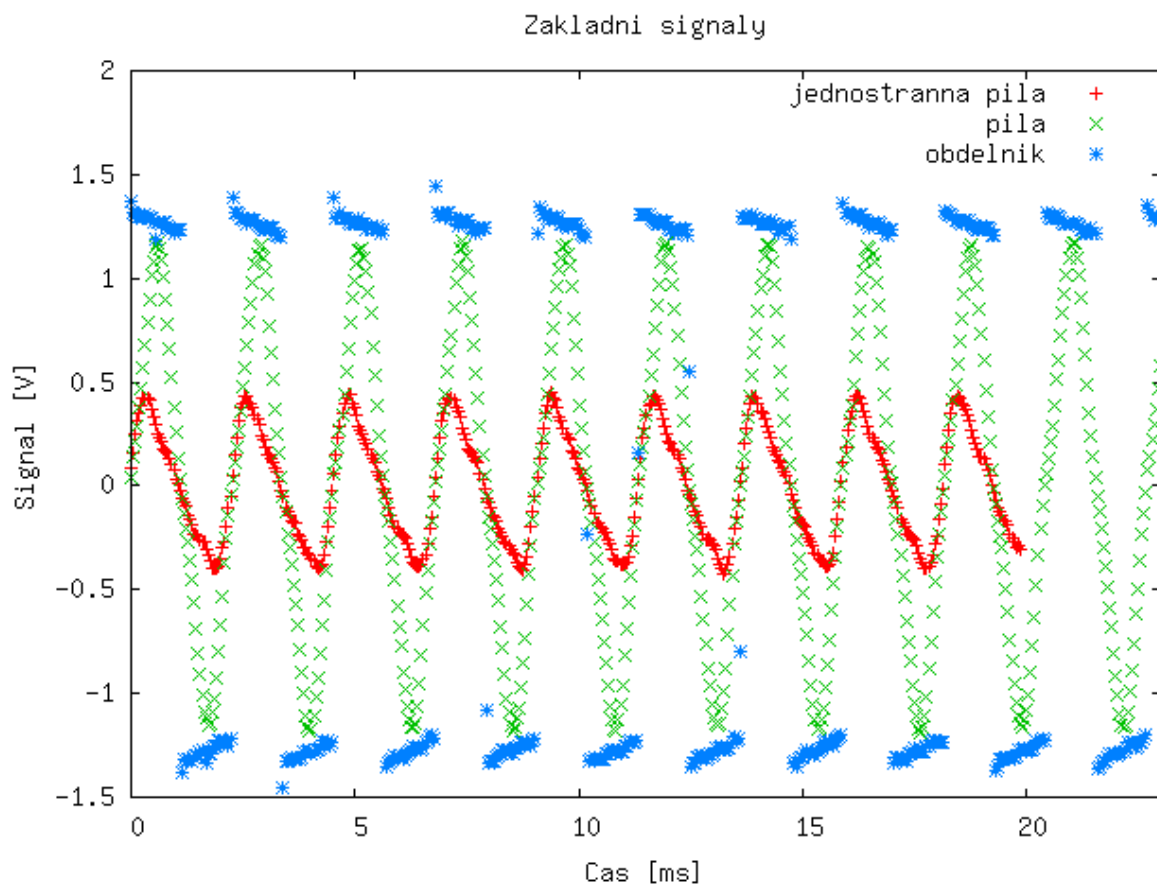


Graf. 2 – Závislost vlastní frekvence Helmholtzova rezonátoru na objemu dutiny

Při syntetizování zvuku jsme spojili desetikanálový syntetizátor s analyzátozem. Mezi ně jsme ještě připojili kondenzátor s velkou kapacitou, tím jsme redukovali velký napěťový ofset. Naměřené signály i jim příslušející fourierovské analýzy jsou v grafech č. 3 a 4. V tabulce č. 5 jsou hodnoty amplitud na jednotlivých kanálech. Záporné znaménko značí fázové posunutí o π .

Kanál č.	1	2	3	4	5	6	7
Nastavená amplituda – obdélník	10	0	3,3	0	2,0	0	1,4
Nastavená amplituda – pila	10	5	3,3	2,5	2,0	1,7	1,4
Nastavená amplituda – jednostranná pila	10	-5	3,3	-2,5	2,0	-1,7	1,4

Tabulka č. 5 – Amplitudy při syntéze základních signálů



Grafy č. 3 a 4 – Základní signály a jejich fourierovské rozklady

Závěr

1. Pro strunu délky 1m a délkové hustoty $0,0162\text{kgm}^{-1}$ jsou postupně základní a vyšší harmonické frekvence 27,5Hz, 55,0Hz, 82,5Hz, 110,5Hz, 137,6Hz,...
2. Pro strunu délky 1,318m a délkové hustoty $0,0162\text{kgm}^{-1}$ jsme vypočítali postupně základní a vyšší harmonické frekvence: 20,9Hz, 41,7Hz, 62,6Hz, 83,5Hz, 104,4Hz,...

Ověřili jsme je experimentálně, námi naměřené hodnoty se od vypočtených liší pouze minimálně v řádu desetin Hertz. Díky tomu jsme velmi přesně určili i lineární hustotu používané struny, která činí $\rho_0 = (0,01606 \mp 0,00016)\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$.

3. Za pomoci osciloskopu jsme našli základní a vyšší harmonické frekvence a příslušné vlnové délky stojatých vln v Kundtově trubici. Hodnoty jsou přehledně zobrazeny v tabulce č. 2. Ze znalosti vlastních frekvencí jsme stanovili rychlost zvuku na $v = (352 \mp 6)\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Tabulka č. 6 nabízí zajímavé srovnání metod k určování rychlosti zvuku ve vzduchu.
4. Pro deset různých frekvencí jsme hledali interferenční minima, měřili vzdálenost dvou sousedních a tím potvrdili, že vlnová délka závisí na frekvenci nepřímo úměrně. Konstantou úměrnosti je rychlost zvuku ve vzduchu. Tu jsme tímto velmi přesně stanovili na $v = (343 \mp 2)\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Závislost vzdálenosti dvou sousedních interferenčních minim jsem vynesl do grafu 1.

Měření rychlosti zvuku ve vzduchu	
Tabulková hodnota při 25°C	$346,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
Kundtova trubice	$(352 \mp 6)\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.
Quinckova trubice	$(343 \mp 2)\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.
Sonar (úloha č. 8)	$(323 \pm 5) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Tabulka č. 6 – Srovnání metod pro měření rychlosti zvuku ve vzduchu

5. Pomocí Fourierovy frekvenční analýzy jsme našli vlastní frekvence Helmholtzova dutinového rezonátoru v závislosti na objemu jeho dutiny. Je zakreslena v grafu 2. Potvrdili jsme závislost $f \sim V^{-1/2}$, bohužel výrazně nesouhlasí koeficient úměrnosti. Velká chyba měření byla patrně způsobena systematickou chybou.
6. Provedli jsme Fourierovu analýzu základních signálů.
 - a. sin: triviální
 - b. pila: $f(x) = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)x}{(2n-1)^2}$
 - c. obdélník: $f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1}$
7. Pomocí desetikanálového generátoru harmonických tónů se nám podařilo syntetizovat a analyzovat základní signály (pilu, obdélník a jednostrannou pilu). Zaznamenaná data jsou v grafech č. 3 a 4 a v tabulce č. 5.

Použitá literatura

- [1] <http://praktika.fjfi.cvut.cz/> ...úloha 9
- [2] Tolar J. *Vlnění, optika a atomová fyzika*
URL < www.fjfi.cvut.cz/k402/skripta/voaf/voaf.pdf > [cit. 24.10.2009]